

## PRILOG RASPRAVI O TEORIJI RASTA, PRIRASTA I ODRŽIVOG RAZVOJA

A CONTRIBUTION TO THE DISCUSSION ABOUT THE GROWTH,  
INCREMENT AND SUSTAINABLE DEVELOPMENT THEORY

Juraj ZELIĆ\*

**SAŽETAK:** Analiziraju se neka dosadašnja istraživanja teoretskog i primijenjenog karaktera na području rasta i prirasta šumske vrste drveća i šumskih sastojina.

Posebna pozornost poklanja se Levakovićevu funkciji rastenja, istraživanja i računanja parametara funkcije koja daje temeljni odnos istraživanog obilježja (visina, promjer, volumen) u protjecanju vremena. Razmatra se fundamentalna zakonitost rasta i rastenja kao integralni rezultat sila rasta i otpora rasta, uz oscilacije tijekom vremena. U Bezakovoj funkciji rasta drveća, po zakonitosti prigušenih oscilacija i dualnog svojstva tvari, analiziraju se temeljne fizikalne i kemijske veličine koje su vezane za gibanja.

U dijelu fiziologije rastenja šumske vrste drveća povezuju se relacije iz kvantne fizike, fizikalne kemije, bioenergetike, biološke i genetske osnove rastenja.

Analizom relacija između otvorenih i zatvorenih, živih i neživih sustava, ukazuje se na odlučujući utjecaj razmjene energije između sustava i okoline. Za iskazivanje funkcionalne ovisnosti odabrane su primjerene matematičke metode. Osobito je razmatrana eksponencijalna funkcija rasta, neprekidno ukamacivanje, Eulerov broj ( $e$ ) kao baza prirodnog logaritma.

Traženjem načina numeričkog bonitiranja okoliša i sastojina pomoći kvantiteta prirasta i rasta u određenom vremenu, odabran je koeficijent unutarnjeg rasta kao numerički indikator boniteta ispitivanog obilježja. Koeficijent unutarnjeg rasta testira se usporedbom s dosadašnjim veličinama numeričkog bonitiranja sastojina i sastojinske strukture.

Primjenjujući istraživane zakonitosti rasta i prirasta na živim sustavima, jedinkama i populacijama, daje se numerička veličina kvalitete, boniteta, u zavisnosti od veličine koeficijenta unutarnjeg rasta. Tim numeričkim veličinama diskutira se o primjenjivom rasponu veličine koeficijenta unutarnjeg rasta.

**Ključne riječi:** rast, prirast, održivi razvoj, koeficijent unutarnjeg rasta, otvoreni sustav, razmjena tvari i energije, numeričko bonitiranje.

### UVODNE NAPOMENE – Introduction

Za uspješno gospodarnje šumskim resursima odlučujuće je optimalno iskorištavanje proizvodne sposobnosti biljnih zajednica, šumske vrste drveća vezanih za određeno stanište. U iskorištavanju optimalnih oko-

lišnih uvjeta, posebno značenje imaju rast i prirast šumske vrste i sastojina. Za proizvodnost je vezan pojam boniteta stojbine i vrijednosnog prirasta određene šumske vrste. Pored uporabne vrijednosti šuma, neprocjenjiva je vrijednost globalnog šumskog ekosustava. Posebno nas zanimaju granične vrijednosti rasta i prirasta u datim okolnostima.

\* Mr. sc. Juraj Zelić, dipl. ing. šum., "Hrvatske šume", Milke Trnine 2, Požega

U našim analizama rasta, prirasta i razvoja polazimo od općepoznate funkcije rasta koja se primjenjuje u biotehničkim, ekonomskim i društvenim znanostima:

$$G_n = G_0 e^{pn}$$

$G_n$  je vrijednost glavnice nakon n-te godine

$G_0$  je početna vrijednost glavnice

$e$  je Eulerov broj,  $2,718281\dots$ , s vrijednošću prirodnog logaritma 1

$p$  je postotak prirasta glavnice

$n$  je broj godina neprekidnog ukamačivanja

Vrijednost broja  $e = 2,718281\dots$ , iskazana kao priredni logaritam je broj 1.<sup>1</sup>

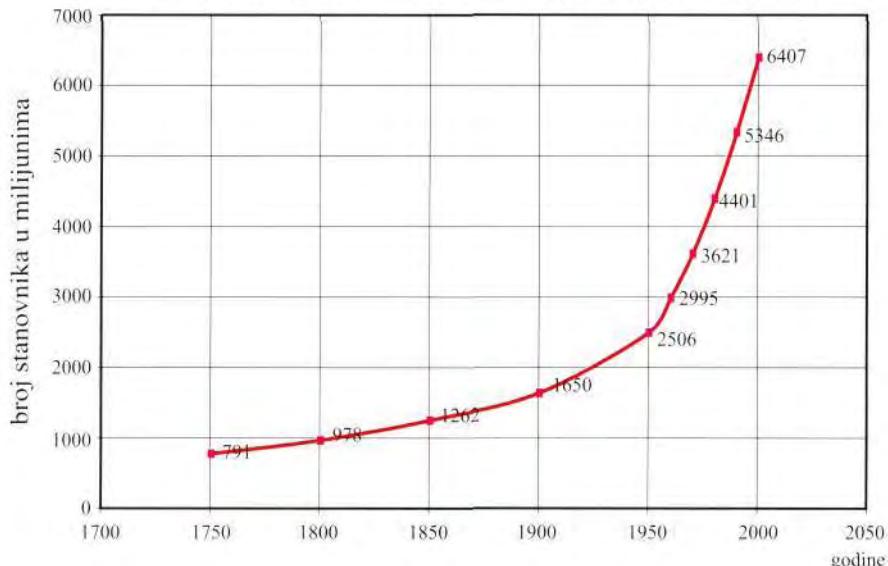
Navedenu funkciju kao eksponencijalnu relaciju zanimljivo je pratiti u rastu i razvoju populacija. Među ostalim populacijama, populacija svjetskog stanovništva

tijekom vremena ima karakteristike eksponencijalnog rasta. Upravo zbog eksplozije rasta svjetskog stanovništva, te iskorištenja obnovljivih i neobnovljivih prirodnih resursa javlja se pojma ekonomije okoliša u kontekstu održivog razvoja i životnog standarda ljudske populacije.

Zbog karakteristike broja  $e = 2,781\dots$  kao veličine neprekidnog ukamačivanja, rasta određenog obilježja, dat ćemo mu posebnu pozornost kod određivanja koeficijenta unutarnjeg rasta u prirodnim populacijama.

Na temelju dosadašnjeg hiperboličnog rasta broja stanovnika zemlje, moguće je da bi tim trendom ubrzo uslijedio kaos i katastrofa (slika 1). Očito je da čovjek kao svjesni regulator spoznatih procesa mora odabratи drukčiju varijablu prirasta, kako bi zaustavio negativan trend, i regulirao održivi rast.

Eksponencijalna krivulja rasta svjetskog stanovništva



Slika 1.

Znakovito je da je do sada s porastom broja stanovništva istu zakonitost (hiperboličan oblik rasta) sljedio porast potrošnje energije (slika 2). Matematička funkcija za smanjenje zaliha neobnovljivih prirodnih resursa ima oblik eksponencijalne funkcije oblika:  $y = e^{-\alpha t}$ , ili  $y = 1 / e^{\alpha t}$ . U slučaju da umnožak eksponenata  $\alpha$  i t (stopa smanjenja zaliha u određenom vremenu) imaju

veličinu 1, vrijednost y (zalihe neobnovljivih resursa) imat će vrijednost  $1 / e$  ( $1 / 2,718\dots$ ) 0,3678. Grafički prikazano navedena eksponencijalna funkcija "jaši" na sinusoidi prigušenih oscilacija (slika 3), odnosno dodruje vrhove prigušenih pozitivnih amplituda u  $nT$  cijelih perioda.

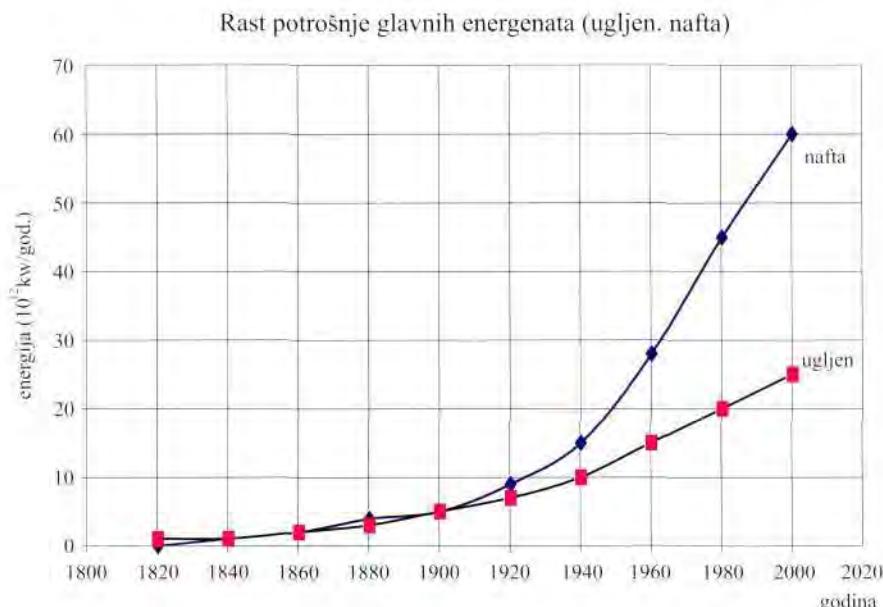
<sup>1</sup> Eulerov broj  $e = (1 + 1/m)^m$ ,  $m \rightarrow \infty$ , Bürgi uzima za  $m = 10^4$  i dobiva e približno točno na tri decimale. Eulerov broj koristi se u eksponencijalnoj funkciji za neprekidno ukamačivanje ili priredni rast. Za priredni rast karakteristično je da se prirast odnosno kamate pribraju vrijednosti glavnice u beskonačno malenom trenutku. Primjer: Ako se debljinski prirast stabla promjera d pribraja prethodnom svakog m-tog dijela godine, vrijednost promjera za godinu dana bit će  $d' = d(1 + 1/m * 100)^m$ , a za n godina  $d'_{mn} = d(1 + 1/m * 100)^{mn}$ . Ako u tu formulu stavimo  $p/100 m = 1/x$  ili  $m = px/100$ , izlazi

$d'_{mn} = d[(1 + 1/x)^x]^{\frac{px}{100}} = d[e^{\ln(1 + 1/x)}]^{\frac{px}{100}}$ . Ako  $x \rightarrow \infty$ , onda i  $x \rightarrow \infty$ , pa je  $D = d e^{\frac{px}{100}}$ .

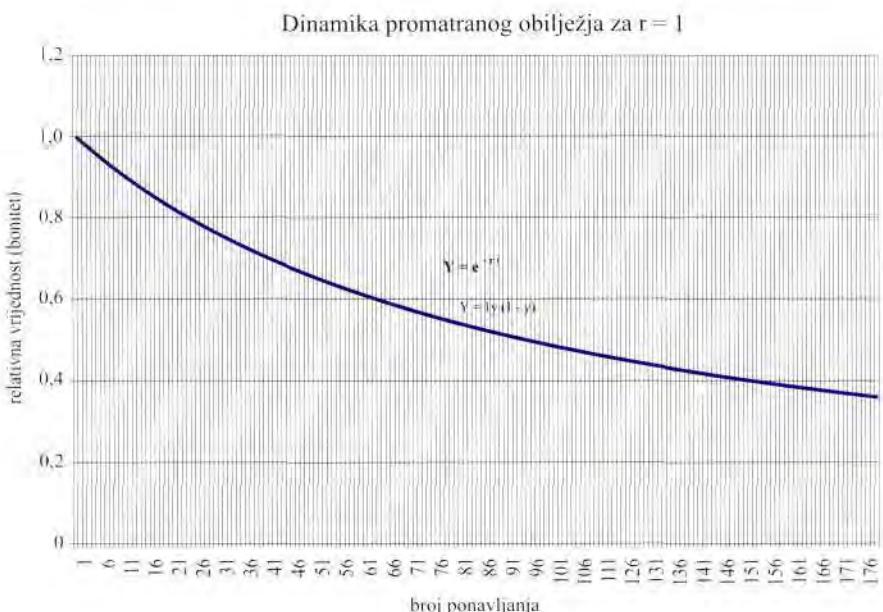
Broj e može se izračunati i pomoću binomnog poučka:  $\lim (1 + 1/n)^n = 1 + 1 + 1/2! + 1/3! + \dots + 1/p + \dots$ ,  $n \rightarrow \infty$ , i da je  $p + 1 > n > p$ . Priredni logaritam  $\ln x = \sum dx/x$ , za  $I \rightarrow x$ . Priredni logaritam od e je 1, a gledano geometrijski granični prijelaz na prirodne logaritme je prijelaz na površinu ispod hiperbole

$y = 1 / x \Delta x$ . Priredni logaritmi dobiju se iz dekadskih tako da se dekadski logaritmi pomnože brojem

$1 / \log e = 2,302585\dots$ , obrnuto se dekadski logaritmi dobivaju se iz prirodnih, ako se oni pomnože brojem  $1 / \ln 10 = 0,434294\dots$



Slika 2.



Slika 3.

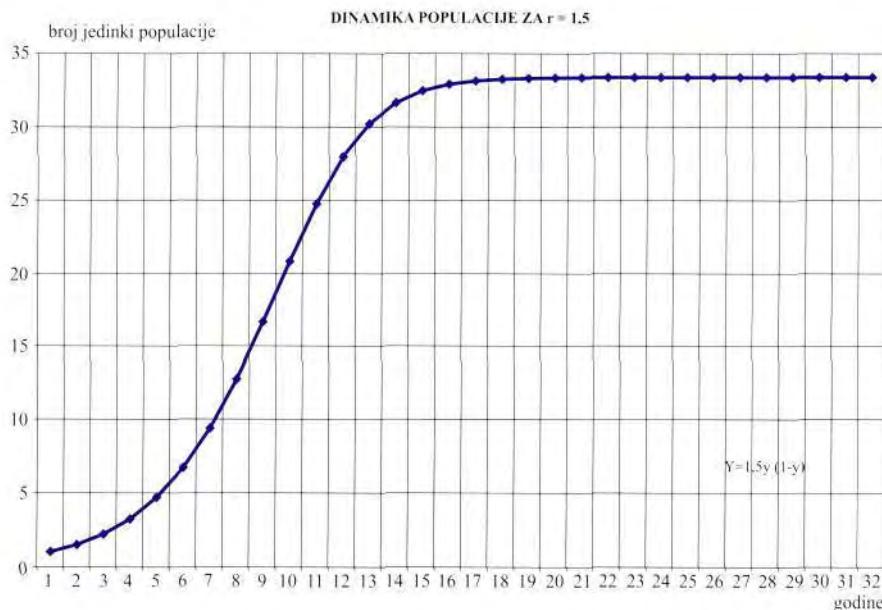
Bez obzira što se šumom gospodari po načelu potrajnog gospodarenja, trend smanjenja zaliha šumskih površina sličan je kao na slici 3.

Energija se dobiva iz prirodnih neobnovljivih resursa i obnovljivih resursa (npr. šuma). Napretkom znanosti, tehnike i tehnologije moguće je pratiti potrebe za energijom, moguće je regulirati tzv. održivi razvoj. Čovjekstvu nije problem proizvodnja energije, nego posljedice koje proizvodnja uvjetuje katastrofalnim Zagodenjem okoliša, svih oblika. U tom slučaju čovjek mora naći optimalnu veličinu regulacije između dvaju prirodnih zakona, sile entropije (drugi zakon termodinamike) koji vrijedi za zatvorene sustave neživog svijeta i

fundamentalnog zakona rasta i prirasta živog svijeta (biljke, životinje, čovjek).

Uvezši u obzir naprijed navedeno, a izrazivši matematičkim oblikom, nužno je da hiperbola prijede u trend krivulje parabole oblika:  $dN/dt = \beta N^2$ . Koeficijent regresije ( $\beta$ ) je regulator prirasta, odnosno redukcije prirasta. Prikaz navedenih zakonitosti vidljiv je na slici (4). Rast se stabilizira, uravnotežuje na određenoj razini.

Promatrajući pojave i procese u prirodi i društvu u kojima postoji rast i prirast, može se zaključiti da u vremenskom trajanju proces slijedi 5 krivulju rasta. Na predočenoj slici vidljiva je točka infleksije, kulminacija rasta i poželjna točka održivog rasta, a krivulja poprima



Slika 4.

oblik **S** krivulje. Takav oblik matematičke funkcije je univerzalan i odnosi se npr. na procese kristalizacije minerala, rasta i prirasta životinja i biljaka, debljinski i volumni prirast stabla drveća. Slične su zakonitosti utvrđene u društvenoj i ekonomskoj sferi čovjeka, industrijskoj proizvodnji, monetarnoj sferi i drugdje.

U poslijednje vrijeme o zakonitostima rasta i prirasta u prirodi raspravljuju i ekolozi. To je posebno značajno za praćenje populacija životinja. Po maltuzijanskom scenaruju, prezentiranom gornjim matematičkim funkcijama, funkcija eksponencijalnog rasta neprekidno se uspinje. Taj proces vrijedio bi za nežive sustave, slijedeći zakonitosti termodinamike, međutim u živim sustavima proces rasta, prirasta i redukcije rasta i prirasta slijedi druge zakonitosti.

O značenju matematičkih veličina, brojeva i relacija te općenito matematičkih metoda pri formuliranju prirodnih zakona vođene su tjemom povijesti rasprave ma-

tematičara, fizičara, biologa i filozofa. Navodimo neke od rasprava.<sup>2</sup>

Da bismo mogli analizirati rast i razvoj pojava u životu i neživoj prirodi te socijalno - ekonomskim realnostima, nužno je razlikovati fundamentalne zakonitosti koje dijele živi od neživog svijeta. Te fundamentalne prirodne zakonitosti treba razlučiti na rast i razvoj jedinke (individue), rast i razvoj vrste (populacije) i zakonitosti koje vladaju u mikrosvijetu karakterističnom po načelu neodređenosti. U tom smislu komentirat će se nekoliko karakterističnih primjera vezanih za biologiju i šumarstvo.

Da bi pratilo rast i razvoj vrste, odnosno populacije životinja (npr. insekata), biologu ili ekologu potreban je matematički alat, jednostavna matematička funkcija, kojom će obuhvatiti jednu varijablu, a njome stopu reprodukcije (razmnožavanja), varijablu koja predstavlja stopu prirodne smrtnosti, varijablu koja obuhvaća do-

<sup>2</sup> Poincaré Henri: *La science et l'hypothèse*, Paris 1920, prijevod (Znanost i hipoteza) Globus, Zagreb, 1989., pogovor Nenad Sesardić. Navodimo citat: "Kakva je priroda matematičkog zaključivanja? Da li je ono zaista deduktivno kao što se obično misli? Temeljiti analiza pokazuje da nije tako, da ono u stanovitoj mjeri dijeli prirodu induktivnog zaključivanja i da je upravo to stoga plodno. Ono ništa manje ne zadržava svoje obilježje apsolutne strogosti i upravo to treba najprije pokazati. Poznajući sad bolje jedno od sredstava što ga matematika stavlja u ruke istraživača, moramo analizirati jedan drugi temeljni pojam, pojam matematičke veličine. Nalazimo ga u prirodi ili smo mi ti koji ga unosimo u prirodu? (istaknuo J. Z.). A u ovom drugom slučaju ne izlažemo li se opasnosti da sve krovotvorimo? Ako usporedimo sirove podatke naših osjetila i taj izuzetno složen i istančan pojam koji matematičari nazivaju veličina, doista smo prisiljeni uvidjeti nesklad. Taj okvir u koji bismo htjeli smjestiti sve, upravo smo, dakle, mi sami stvorili. No nismo ga stvorili slučajno, stvorili smo ga, tako reći, po mjeri; baš zato možemo u nj unositi činjenice a da ne izopćimo ono što im je bitno". Šikić Zvonimir: Kako je stvarana novovjekova matematika, Šolska knjiga - Zagreb 1989, u poglavlju: Što je novija filozofija matematike piše:

I. Matematika je paradigmatski primjer spoznaje i time ona postaje mjesto na kojem se iskušava svaka teorija spoznaje (epistemologija).

II. Matematika je paradigmatski primjer spoznaje čija se sigurnost mora opravdati jednom sveobuhvatnom teorijom spoznaje. Tu je sama ta sigurnost upitna.

Prvi je pristup karakterističan za filozofe koji misle o matematici. Drugi je pristup krakterističan za matematičare koji misle filozofski. Lelas Srđan: Promišljanje znanosti, Hrvatsko filozofsko društvo, Zagreb, 1990, raspravljajući o eksperimentu piše: "Za djelatne teoretske i eksperimentalne fizičare, ne za njihove filozofirajuće kolege, matematika je sredstvo, ponekad elegantno, ali svakako pouzdano i moćno sredstvo. Istina je, postojalo je vrijeme kada su fizičari vjerovali da je svijet strukturiran matematički i da stoga matematički oblik teorije izravno korespondira sa strukturu svijeta".

datnu stopu smrtnosti zbog nedostatka hrane i prirodnih neprijatelja. Funkcija treba predstaviti razine povećanja populacije brzom dok ne dostigne razinu ravnoteže.

Najjednostavnija jednadžba za izražavanje ovisnosti funkcije o navedenim varijablama je modifikacija gore navedene maltuzijanske funkcije u linearni oblik:

$$Y_{\text{sljedeći}} = ry(1-y)$$

U matematičkoj teoriji kaosa parametar  $r$  je tzv. koeficijent unutarnjeg rasta populacije, a  $y$  je veličina, odnosno gustoća populacije. Izraz u zagradi  $(1 - y)$ , задрžava rast unutar granica, jer dok  $y$  raste  $(1 - y)$  pada<sup>3</sup>.

Vezano za teoriju kaosa važni su i tzv. feedback procesi karakteristični za samoorganizaciju promatranih sustava pojave. Ovi procesi osobito su naglašeni u nelinearnim sustavima (eksponencijalnim funkcijama promjena). Za linearne sustave u kojima se primjenom matematičkih metoda postiže veliki učinak promjena kao zbroj malih promjena, koristi se poseban račun primjenen nelinearnim procesima, poznat kao iteracija (ponavljanje), u kojem matematička funkcija ponavlja izračunavanje same sebe<sup>4</sup>. Paralelno s iteracijama javljaju se tzv. feedback procesi (procesi povratne sprege koji obavljaju samoregulaciju procesa u ravnotežno stanje). Kako se obavlja proces samoregulacije (povratnom petljom) pokazuje sljedeći račun, u kojem se za  $r$  uzima veličina 3, a nezavisna varijabla kreće se između 0 i 1, ( $0 < y < 1$ ).

$$\begin{array}{ll} 0.0 \rightarrow 0(1-0) & = 0 \\ 0.2 \rightarrow 0.6(1-0.2) & = 0.48 \\ 0.4 \rightarrow 1.2(1-0.4) & = 0.72 \\ 0.5 \rightarrow 1.5(1-0.5) & = 0.75 \\ 0.6 \rightarrow 1.8(1-0.6) & = 0.72 \\ 0.8 \rightarrow 2.4(1-0.8) & = 0.48 \\ 1.0 \rightarrow 3(1-1) & = 0 \end{array}$$

Ako se nizovi "preslikavanja" prikažu grafički (naskici), vidljivo je na dvocrtnom segmentu da se brojevi između 0 i 0.5 preslikavaju na brojeve između 0 i 0.75. Tako 0.2 postaje 0.48, a 0.4 postaje 0.72. Brojevi 0.5 i 1 preslikani su na isti segment ali u suprotnom smjeru.

--- --- --- ---	→	0.0	0.4	0.7	7.5
0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

--- --- --- ---	→	0.0	0.4	0.7	7.5
0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0

Analogno postupku iteracije i feedback procesa može se promatrati razvoj populacije po drugim putem izvedenoj linearnej jednadžbi koja glasi:  $N_{n+1} = r N_n (1 - N_n / k)$ . U formuli  $N$  predstavlja broj jedinki u  $n + 1$  godini u odnosu na početno stanje jedinki  $N_0$ . Ako je početno stanje  $N_0 = 1(2)$ , a  $k = 100$  može se za različite vrijednosti veličine  $r$  (koeficijent unutarnjeg rasta populacije) pratiti razvoj populacije. Prateći razvoj populacije za tri različite veličine  $r$  ( $r = 2$ ,  $r = 2,781\dots$ ,  $r = 3,3$ ) i grafičkim prikazom veličina (slike 5, 6, 7) može se spoznati čudno bogatstvo prirodnih fenomena povezanih s determinističkim kaosom, procesima samokontrole i samoregulacije (feedback procesi), stanjima reda i nereda, kauzalnih odnosa i relacija ideterminizma.

Promatrajući veličinu  $r$  (koeficijent unutarnjeg rasta) kao izuzetnu matematičku veličinu, primjerenu brojnosti populacije, može se zaključiti da se  $r$  kreće između veličine 2 i 4 ( $2 < r < 4$ ). Bez obzira na to kolika je početna populacija  $N_0$ , a pod uvjetom da je ( $0 < N_0 < k$ ), populacija će se uravnotežiti oko istog broja  $N^*$ . Promatrajući razvoj populacije za veličinu  $r = 2$ , može se zaključiti (vidi sliku 5) da je populacija  $N^*$  stabilna i uravnotežena. Za veličinu  $r = 2,781\dots$  (e), populacija ne teži više jednoliko prema ravnotežnoj vrijednosti nego putem oscilacija između dviju vrijednosti, tek nakon protoka određenog vremena se stabilizira oko jedne vrijednosti (vidi sliku 6). Za  $r = 3,3$  (slika 7) vidljivo je

<sup>3</sup> Kako se oblik eksponencijalne funkcije prevodi u linearni, pokazat će primjer rasta i veličine populacije insekta (napr. gubara). Komentira se članak objavljen u časopisu "Priroda", br. 74, studeni, 1984. Legović Tarzan: Kako se rada kaos u ekologiji?

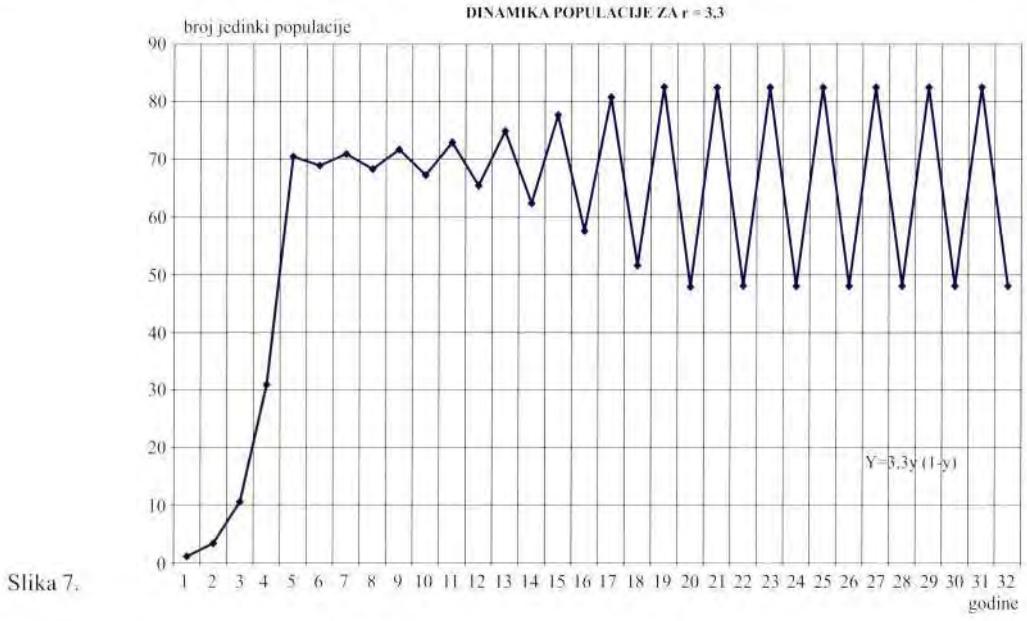
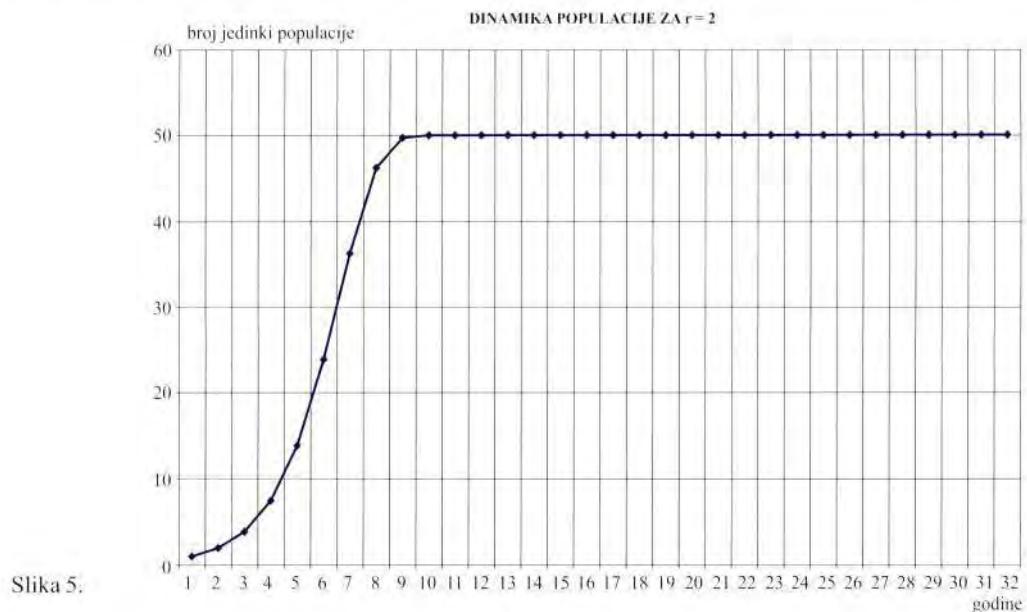
Ako se po jednom kukcu ( $N_0$ ) odloži (b) jajašaca iz kojih se izleže (a) novih jedinki, tada će broj jedinki po jednom kuke prošle godine biti ( $N_1$ ), odnosno  $N_1 = a N_0$ , nakon druge godine  $N_2 = a N_1$  ili  $N_2 = a^2 N_0$ , nakon  $n$ -te godine,  $N_n = a^n N_0$ . Ako je srednji broj izleglih jedinki po jednom organizmu prošle godine (koeficijent rasta) manji od jedan, a  $< 1$ , populacija će se eksponencijalno smanjivati, ako je  $a = 1$ , populacija se neće u vremenu mijenjati, ako je  $a > 1$ , populacija će rasti eksponencijalno po Maltusovom zakonu.

Odstupanje od eksponencijalnog rasta po Maltusovom zakonu uslijedit će u momentu nastanka ograničenja hrane i porasta ugroze od drugih okolišnih čimbenika. Otada će se broj jedinki u odnosu na prošlu godinu smanjivati, dolazi do redukcije populacije. Pod pretpostavkom da se koeficijent (a) smanjuje srazmerno broju jedinki prošle godine,  $a = (1 - N_0 / k)$ , veličina  $k$  je koeficijent ukupnih okolišnih čimbenika koji utječu na redukciju populacije, i da je slučaj kada je  $N = k$ , tada je  $a = r$  (koeficijent unutarnjeg rasta populacije).

Ako se modificira eksponencijalna funkcija za prvu godinu reprodukcije populacije  $N_1 = a^1 N_0$  u linearnu funkciju u kojoj je  $a^1 = r (1 - N_0 / k)$ , tada će funkcija  $n + 1$  godini imati oblik:

$$N_{n+1} = r N_n (1 - N_n / k)$$

<sup>4</sup> Ako se kao primjer uzme funkcija  $F(y) = 3y$ , iteracija se sastoji u tome da se ponavlja množenje po koracima "preslikavanja"  $y \rightarrow 3y$ ;  $3y \rightarrow 9y$ ;  $9y \rightarrow 27y$  itd. Općenito se može reći da se funkcija koja se sastoji od množenja ( $y$ ) s konstantnim brojem ( $k$ ) piše:  $y \rightarrow ky$ . Vrlo jednostavna iteracija koja se često nađe u nelinearnim sustavima, a stvara bogatstvo složenosti funkcija je upravo navedena funkcija u kojoj se konstanta ( $k$ ) označava sa ( $r$ ):  $Y \rightarrow r y (1 - y)$ . To je upravo jednadžba koju koriste ekolozi za izračunavanje rasta populacije, a naziva se i "jednadžba rasta". Važno je napomenuti da u jednadžbi nezavisna varijabla ( $y$ ) ima vrijednosti između 0 i 1, ( $0 < y < 1$ ). Ako se u matematičku funkciju uvrštava za ( $r$ ) vrijednost između 2 i 4, ( $2 < r < 4$ ), dobiva se sve bogatstvo i složenost funkcije. Složenost se posebno pokazuje u području gdje ( $r$ ) poprima vrijednosti blizu broja 4. U kaotičnom neredu se ponovno javljaju područja reda, što je vjerojatno u vezi s pojmom samoorganizacije sustava putem feedbacka.



da umjesto jedne postoje dvije ravnotežne vrijednosti  $N_1^*$  i  $N_2^*$ , koje su čudnovato stabilne. Događa se da čim populacija postigne u određenoj godini ravnotežno stanje  $N_1^*$ , u sljedećoj godini će biti stanje  $N_2^*$ . Populacija jednakom titrom (oscilira) između dvije stabilne vrijednosti. Grafička funkcija je sinusoida s periodom T (između dvije stabilne ravnotežne vrijednosti).

Aplicirajući naprijed iznesene vrijednosti linearne funkcije na eksponencijalnu funkciju rasta ljudske populacije, trošenje zaliha prirodnih resursa i energije u cilju povećanja životnog standarda (kvaliteta života) mogu se slikovito pokazati momenti ili točke stabilnosti i stanja ravnoteže kao i momenti prijelaza u kaotično, nestabilno stanje. Predočena slika 8 pokazuje funkcionalnu vezu između koeficijenta unutarnjeg rasta (r) na apscisnoj osi i stupnja vrijednosti, boniteta na osi ordinate, u relativnom odnosu između 0 i 1 (1 i 100). Moglo bi se reći da je ocjena boniteta u korelaciji s koeficijentom unutarnjeg rasta (u ovom slučaju pretpostavljene populacije u zavisnosti od kapaciteta i kakvoće životnog okoliša).

Na prikazanoj slici razlikuju se ravnotežne (stabilne) vrijednosti za  $0 < r < 3$ . Na tom intervalu postoji jedna ravnotežna vrijednost. Kod  $r = 2.95$  trend funkcije počinje se cijepati u dvije ravnotežne vrijednosti. Za naše razmatranje zanimljiva je vrijednost na osi ordinate (boniteta života) u odnosu na vrijednost  $r = 2.781\dots(e)$ . Važnost tih veličina komentirat ćemo u dijelu rasprave o numeričkom bonitiranju istraživanog obilježja.

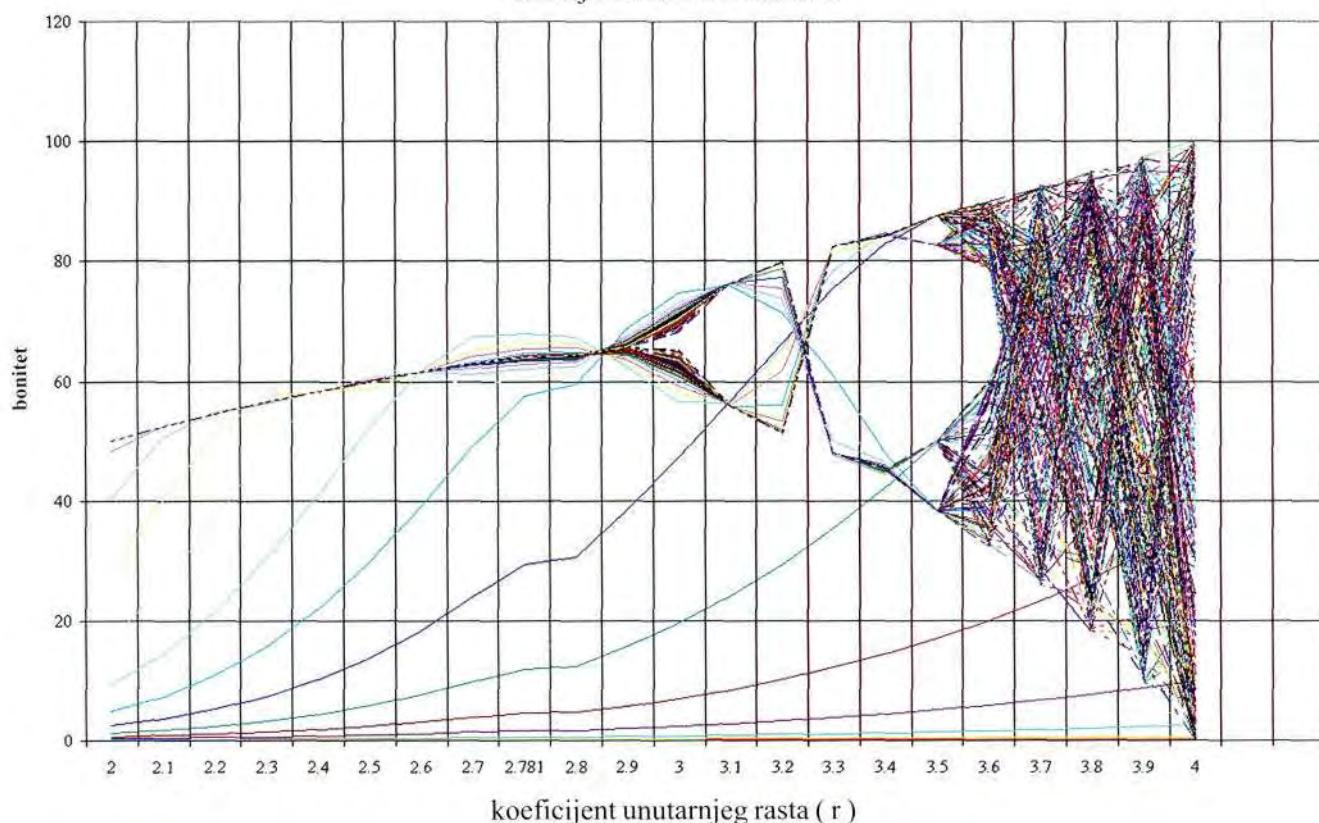
Za vrijednosti  $r > 3.5$  na slici 8 zorno se pokazuje nastanak mnoštva stabilnih ravnotežnih točaka s dugim periodama vremena za uravnoteženje. Slika oscilacija između ravnotežnih stanja pokazuje kaotično gibanje.

Daljim povećanjem koeficijenta unutarnjeg rasta (r), ponovno se uspostavlja red, a onda opet kaos još zamršenijeg tipa, sve do vrijednosti  $r = 4$ .

Za koeficijent unutarnjeg rasta  $r = 1$ , razvoj promatranoj obilježja, odnosno populacije ima negativan trend (pad), što pokazuje slika 3. O posljedicama takvog događanja, kao moguću primjenu koeficijenta unutarnjeg rasta (r) komentirat ćemo u drugom dijelu rasprave.

Zanimljivo je da se u procesu uspostavljenja ravnoteže vodi borba dviju suprotnih tendencija, tendencije da populacija ostane nepromjenjena (zatvoren sustav sa samoregulacijom) i tendencija promjena kao evolucija vrste i populacije uvjetovana višim, eksternim zakonitostima izvan individue i vrste. Kad se ravnoteža poremeti, uspostavlja se opet red na novoj razini (vidi slika 8). U konačnosti problem genetičke ravnoteže svodi se na regulacijske procese, samoregulaciju, povratne sprege i zakonitosti kibernetike. Promjena populacije moguća je samo poremećajem genetičke ravnoteže prirodnim ili umjetno izazvanim mutacijama, prirodnom ili umjetnom selekcijom te "slučajnim" vanjskim i unutarnjim čimbenicima.

Krivulja numeričkih boniteta



Slika 8.

U intervalu ( $3.8 < r < 4$ ) postoje "prozori" koji pokazuju područja reda u kaosu i područja kompleksnog kaosa. Na tom intervalu ima bezbroj takvih "prozora".

U filozofiji prirode živog i neživog svijeta zanimljivi su upravo ti "prozori" po kojima se determinira kontinuitet svemira. Ako je devetnaesto stoljeće bilo u znaku dovršetka zakona klasične fizike i filozofije determinizma, sa slikom ireverzibilnog svijeta i pravca vremena, dvadeseto stoljeće bilo je u znaku sumnje u svijet determinizma i odredenosti. Svijet se otkriva kroz diskontinuitet, teoriju kvantnih, skokovitih promjena i procesa. Objedinjena teorija elektromagnetskih svojstava materije, elektromagnetno zračenje, u obliku elektromagnetskih valova s različitom valnom dužinom i

frekvencijom koja pokazuje dualno svojstvo (val ili čestica), ovisno o veličini frekvencije ( $v = c/\lambda$ ), biva u dvadesetom stoljeću komentirana načelom neodređenosti i stohastičkim zakonima vjerojatnosti. Iako je "vremenski pravac" ireverzibilan, dolazi se do vjerojatnosti vraćanja u određeno, prvotno stanje nakon beskonačno dugog tijeka vremena. Oscilatorna gibanja, titranje oko moguće veličine u dimenziji vremena, pokazuju veličine stabilnog reda kao "vrata" povezivanja zatvorenih i otvorenih sustava, sustava mikrosvjeta i njegovih zakonitosti sa sustavom makrosvjeta i životom kao oblikom pojavnosti.

Moguću primjenu koeficijenta unutarnjeg rasta ( $r$ ), raspraviti ćemo u drugom dijelu ovoga rada.

## NEKE TEORIJE O ZAKONITOSTI RASTA, PRIRASTA U ŠUMARSKOJ ZNANOSTI A theories about law of growth and increment in forest knowlege

U šumarskoj znanosti, ovim zakonitostima se intenzivnije bavilo nekoliko znanstvenika. Najpoznatija je funkcija Levakovića (1935), izvedena na temelju eksponencijalnih funkcija S peta (1879), Mischlericha (1919) i drugih. Levakovićeva funkcija rastenja glasi:

$$Y = A [(x^c / 1 + (b / x^c)]^d$$

Parametar A je imenovani broj i ima istu jediničnu veličinu kao zavisna varijabla Y.

Parametar b Levaković naziva "kompenzator starosti" izražen u jedinicama (godina).

Parametri c i d su eksponenti (neimenovani brojevi), ako je  $c = 1$ , funkcija poprima jednostavniji oblik:  $Y = A(1 + b/x)^d$ .

U teoretskom pristupu zakonitosti rasta i prirasta Levaković je zaključio da grafički oblik funkcije rasta, krivulja rasta ima oblik slova S, ima jednu točku infleksije a nema kulminacijske točke, jer se na određenoj vrijednosti približava asimptotski pravcu paralelnom s osi X. Krivulja prirasta ima jednu kulminacijsku točku i dvije infleksione točke.

Levaković je u funkciju uveo fizikalne veličine, derivaciju puta po vremenu kao prirast,  $Y_i = dy/dx$ , te integriranjem prirasta u vremenu dobiva funkciju rasta. Pored dinamičkih fizikalnih veličina, kao temelja funkcije rastenja, Levaković intuitivno naslučuje biološko-fiziološke osnove rasta, kao nejednolično gibanje. Na ovaj rast utječu biotski i abiotski čimbenici, koji se tijekom vremena mijenjaju. Sile unutarnjeg rastenja pokreću rast tijekom vremena a suprotne sile koče rastenje. Za ovu hipotezu Levaković daje jednadžbu:  $Y_i = k(s_1/s_2)$ , k je konstanta proporcionalnosti, a izraz u zagradi je odnos pogodnih i nepogodnih sila rastenja. Rastenje je ukupan rezultat pogodnih i nepogodnih sila koje se ponašaju s linearном ili eksponencijalnom zakonitošću.

Složenost Levakovićeve funkcije rasta obrađivalo je više šumarskih stručnjaka. Neke od njih navodimo<sup>5</sup>.

Kao značajne sljedbenike u dogradnji i inovaciji Levakovićeve funkcije rastenja valja spomenuti Kovacić (1993)<sup>6</sup> i Bezak (1990). Njihovi radovi s područja fundamentalnih zakona rasta, prirasta i razvoja u biologiji i šumarskoj ekonomici tek će obilježiti šumarsku praksu sljedećeg milenija.

<sup>5</sup> Segedi, N.: Primjenjljivost Levakovićeve "Funkcije rastenja" uz današnje (tehničke mogućnosti), Zbornik o Antunu Levakoviću, HAZU, Vinkovci, 1992. Autor u složenoj Levakovićevoj funkciji rastenja na elegantan način pomoći računala i osobnog pisanih programi izračunava parametre A, b, c, d. Za četiri parametra autor postavlja četiri jednadžbe, uz uvjet određenih odnosa među jednadžbama:  $y_4 = y_3 k$ ;  $y_3 = y_2 k$ ;  $y_2 = y_1 k$ . Ordinate  $y_1$  i  $y_4$  su poznate, s pripadajućim apscisama  $x_1$  i  $x_4$ , kao početkom i krajem krivulje rasta, odnosno vremena početka i završetka mjeranja. Koeficijent  $k = y_4/y_1$ . Po izračunatim parametrima autor daje grafički prikaz funkcije rasta. Zaključuje da je oblik krivulje S - oblika, bilo da krivulja počinje u ishodištu ili je pomaknuta udesno po x osi. Koristeći se literaturom u drugim prirodnim i društvenim znanostima autor navodi: "Zakon rasta u obliku S - krivulje nisu podložne samo vrste šumskog drveća i sastojine. On vrijedi i za ostali živi svijet, pa i za čovjeka... Sličan je zakon rasta magnetske gustine (fluksa) u elektromagnetu s jezgrom od mokog željeza... Neke od karakteristika elektronskih cijevi i poluvodiča (kristalne diode, tranzistor) također imaju oblik slova S."

<sup>6</sup> Kovačić, Đ.: Zakon rasta i numeričko bonitiranje šuma, Glasnik za šumske pokuse 29, str. 77 - 132, Zagreb, 1993. Na temelju Levakovićeve funkcije i krivulje rasta autor predlaže numeričko bonitiranje šumskih sastojina. Kao čimbenike koji karakteriziraju stojbinu navode se edafске, klimatske, orografske i biološke. Premda razmatra rast i prirast modelnog srednjeg sastojinskog stabla i vrste drveća na pojedinom bonitetu prirasno-prihodnih tablica različitih autora ističe se sljedeće: "S ekonomskoga gledišta nas ne interesiraju sve naprijed opisane varijacije rasta pojedinog stabla u određenim vremenskim razdobljima. Predmet našeg interesa je prosječan rast cijelih sastojina prema godišnjim prosjecima za intervale mnogo duže od jedne godine.

Nakon nove potpune matematičko-analitičke metode za računanje parametara Levakovićeve funkcije rasta, Kovačić daje na temelju relevantnih brojevnih veličina za promatrana obilježja stabla i sastojine prijedlog numeričkog bonitiranja stojbine biljne asocijacije. Složene čimbenike koje utječu na rast i razvoj stabla i sastojine tijekom vremena (edafski, klimatski, orografski, biotski) numerički obilježava karakterističnim vrijednostima na krivulji rasta. Za indikatore boniteta predlaže vrijednost promatranog obilježja (visina, promjer, volumen) vrijeme kulminacije godišnjeg tečajnog prirasta i prirasta ukupno (točka infleksije I na krivulji rasta) i vrijeme kulminacije poprečnog dobnog prirasta (točka kulminacije K na krivulji rasta). Kod toga je važno istaći da je kulminacija poprečnog dobnog prirasta u točki, kad je on jednak tečajnom dobnom prirastu (sjecište krivulja tečajnog i poprečnog prirasta).

Analitičkim izjednačavanjem rasta i prirasta promjera i visine za hrast pomoću Levakovićeve funkcije i prema prirasno-prihodnim tablicama raznih autora (Wimenauer, Parde, Jüttner, Klepac, Cestari, Špiranec, Trifunović) i utvrđivanjem točaka infleksije za kulminaciju tečajnog godišnjeg prirasta i točaka kulminacije poprečnog dobnog prirasta za pojedine bonitete, došlo se do određenih zakonitosti. Utvrđena zakonitost je prije svega u spoznaji da se može točno numerički odrediti godina maksimalnog tečajnog i poprečnog prirasta za pojedini bonitet i to po pravilu da niži bonitet pokazuje kasniju godinu maksimalnog tečajnog i poprečnog prirasta.

Analizirajući kretanje parametara a, b, c, d, nakon izjednačenja visine i promjera srednjeg sastojinskog stabla hrasta lužnjaka za navedene autore prirasno - prihodnih tablica postoji zakonitost da parametar "a" sa sniženjem boniteta pada, parametar "b" i "d" raste a parametar "c" pada. No ta zakonitost ne vrijedi za sve prirasnoprihodne tablice i bonitete. Autor to opravdava nedovoljno dobro odabranim i reprezentativnim uzorkom promatranih obilježja visine i promjera po godinama starosti. Analizom prostornih dijagrama kvadrata odstupanja izraženih kao funkcija parametara a, b, c, d, zaključuje da je parametre dobivene Levakovićevom

funkcijom nepoželjno upotrijebiti za indikatore boniteta. Osobito se odbacuje prijedlog Levakovića (1938) da se za polazište numeričkog bonitiranja uzme umnožak parametara a x b x c x d, ili  $K = a / b$ .

Umnožak četiri parametra Levaković naziva "koeficijentom prirašćivanja" naslućujući vezu među njima. Našim istraživanjima zaključit ćemo da je to ustvari "koeficijent unutarnjeg rasta" ( $r$ ) u linearnoj funkciji  $Y = r y (1 - y)$  rasta i prirasta. Analizirajući kretanje vrijednosti  $1 < r < 3$  (vidi slike 5, 6, 7, 8) predložit ćemo upravo vrijednosti u tom rasponu za indikatore boniteta.

Zanimljivo je istaći da Kovačić metodom interpolacije i ekstrapolacije (prognoze) izračunava rast i prirast promatranih obilježja (promjera i visine), proteže na 1000 i više godina ili vraća na prve godine starosti.

Značajno je da kod rasta i prirasta tih obilježja testiranih Levakovićevom funkcijom vrijedi neprekiniti kontinuitet, doduše prigušen tijekom vremena, te se na određenoj točki rasta približava određenoj stabilnoj vrijednosti.

Tako za hrast lužnjak na I. bonitetu po Wimenaueru daje podatak da visina u tisućitoj godini doseže visinu 42,90 m, u 2000. - toj godini 43,50 m, ali i dalje u vremenu teži asymptotski parametru "a" s izračunatom vrijednošću 44,0 m. U drugom promatranom obilježju promjer slijedi drukčiju zakonitost prirasta i rasta, pa tako u 300. godini ima 94,0 cm, u 1000. godini 190,0 cm, ali teži parametru "a", s vrijednošću 1216,72 cm.

Izravnata Levakovićeva funkcija rasta iterativnom metodom računanja parametara pokazuje da parametar "a" raste do stabilne, ravnotežne vrijednosti u odnosu na promatrano obilježje (visina, promjer, volumen). Sila unutarnjeg rasta data je genomom vrste s genom za biološku starost. Oscilacije prirasta tijekom vremena ovise o vanjskim čimbenicima koji s genotipom čine ekotip.

Uočavajući oscilacije u prirastu pa i rastu šumskog drveća i sastojina Klepac (1975) i Bezak (1990), daju tumačenje navedenih pojava.

Levakovićeva funkcija rasta obrađena metodom Kovačića (1993) daje oblik poznate S-krivulje s točkama infleksije i kulminacije tečajnog i dobnog prirasta.

U testiranju parametara Levakovićeve krivulje autor daje prilagođen računalni program temeljen na iterativnom matematičkom postupku (postupku ponavljanja do željene vrijednosti). Za razliku od preporuke Levakovića da se za računanje parametara odredi sustav četiri linearne jednadžbe s poznate četiri polazne točke (tako je računao N. Segedi), autor polazi od funkcije čija je suma kvadratnog odstupanja od izjednačene funkcijeske krivulje minimum. Kod toga u temeljnu funkciju rasta uključuje sve točke dobivene mjerjenjem. No, za izračun su potrebni početni parametri:  $A_0 = 6$  Y max,  $B_0 = 2 x$ ,  $C_0 = x$ ,  $D_0 = 1$ ,  $F(A_0, B_0, C_0, D_0)$ . Izravnanje krivulje rasta obavlja se pomoću tzv. dopunjaka, a iteracije se ponavljaju 100 do 200 puta.

Pomoću istog programa izračunava se maksimalni godišnji tečajni prirast, rast promatranog obilježja ( $Y_k$ ), vrijeme (godinu) maksimalnog tečajnog godišnjeg prirasta ( $X_k$ ), vrijeme (godinu) kulminacije poprečnog prirasta ( $X_k$ ) te iznos istraživanog obilježja ( $Y_k$ ). Za točku infleksije, vrijednosti funkcije s maksimalnim godišnjim prirastom, je nulta točka druge derivacije odabrane funkcije. Isto tako za točku kulminacije poprečnog dobnog prirasta definira se kao prva derivacija odabrane (Levakovićeve) funkcije. To je ustvari odnos  $Y_k / X_k$ . Kulminacija poprečnog dobnog prirasta nastupa kada je on jednak tečajnom godišnjem prirastu.

Karakteristične vrijednosti promatranih obilježja (visina, promjer, volumen srednjeg sastojinskog stabla) autor uzima za pokazatelje (indikatore boniteta). Kao indikatori boniteta služe vrijeme kulminacije godišnjeg tečajnog prirasta (točka infleksije I), i vrijeme kulminacije poprečnog dobnog prirasta (točka kulminacije K).

Zakonitost rasta i prirasta stabla i sastojine kao funkcija makrosvijeta klasične fizike i mikrosvijeta kvantne fizike teoretski i praktično problematizira Bezak (1993)<sup>7</sup>.

Formulom, odnosno funkcijom rasta za debljinski rast i prirast hrasta lužnjaka (*Quercus robur L.*) predstavlja izraz zakonitosti kontinuiteta oscilatornih gibanja i unutarnjih bioloških i fizioloških sila rasta i samoregulacije rasta predstavljenih zakonitostima diskontinuiteta kvantne fizike. Pristup oscilatornim gibanjima Bezak nalazi u činjenici da je istraživanjem tečajnog godišnjeg prirasta hrasta lužnjaka utvrđio oscilacije tijekom vremena rasta i prirasta. Prva oscilacija na niže (manja amplituda) je poslije intezivnog prirasta do 20 godina, a druga pozitivna amplituda je između 110 i 130 godine. Poslije toga prirast se smanjuje.

Zakonitost takvih, prigušenih oscilacija povezuje s dualnošću korpuskularnih i valnih svojstava čestica materije.

Pored utvrđene činjenice da svjetlost ima dualno svojstvo čestice i vala, autor prihvata teoriju Victora de Broglie o valnom svojstvu materije, kao zakona unutarnje strukture atoma.

Polazeći od jedinstvene zakonitosti i povezanosti fizičkih fenomena elektriciteta, magnetizma i svjetlosti, došlo se do relacije:  $1/c^2 = \mu_0 \epsilon_0$ , (magnetska permeabilnost i dielektrična konstanta permitivnosti u vakuumu), što znači da je brzina svjetlosti jednak kvadratom korijenu produkta električnog i magnetskog polja u vakuumu. Proširenjem spoznaje da je brzina svjetlosti također jednak produktu frekvencije i valne duljine elektromagnetskog vala  $c = v/\lambda$ , došlo se do teorije valnog i kopuskularnog svojstva elektromagnetskoga zračenja. Kasnijim proučavanjem fotoučinaka i zračenja crnog tijela došlo se do relacije koje potvrđuju korpuskularnu prirodu elektromagnetskog zračenja.  $E = h v$

Čestice svjetlosti, odnosno čestice bilo kojeg elektromagnetskog zračenja koje imaju masu mirovanja nula, nose količinu gibanja:  $p = h/\lambda$ . U navedenim relacijama iskazana su dva temeljna zakona kvantne fizike, to jest da je energija fotona (čestice svjetlosti) proporcionalna produktu Planckove konstante  $h$  i frekvencije elektromagnetskog vala (vala svjetlosti), te da je količina gibanja (impuls) jednak kvocijentu Planckove konstante  $h$  i duljine elektromagnetskog vala  $\lambda$ .

U Bezakovoј funkciji rasta navodi se reducirana vrijednost Planckove konstante  $h' = h/2\pi$ . Kako je impuls "p" jednak produktu mase čestice i brzine gibanja, moguće je valnu dužinu elektromagnetskog zračenja pisati:  $\lambda = h/mv$ .

Prema Bohrovim postulatima o kretanju elektrona kružnim stazama, svi elektroni na istoj putanji imaju istu energiju pa tako tvore energetsku ljsku. Prva ljska najbliža jezgri ( $n = 1$ ) predstavlja najjače vezano energetsko stanje, druga ljska je na četiri puta većoj udaljenosti od jezgre i nosi  $3/4$  energetskog potencijala prve ljske. Putanje elektrona, karakterizirane određenom energijom, predstavljaju slike kvantnih stanja. Stanje najniže energije je osnovno stanje, a sva ostala stanja su pobuđena stanja. Atom svakog elementa ima karakteristična energijska stanja. Najjednostavniji je model spektra energijskih stanja vodika čija energijska stanja elektrona na raznim razinama ljske pokazuju elektromagnetsko zračenje, koje odgovara spektru vidljive ili nevidljive svjetlosti, odnosno zračenja nižih i viših frekvencija.

Bohrov postulat također kaže da elektroni mogu preskakati iz jednog u drugo energijsko stanje. Pri tim prijelazima atom (iz više u nižu putanju) emitira ili apsorbira (iz niže u višu putanju) energiju u obliku kvanta elektromagnetskog zračenja (na primjer svjetlost). Izraženo matematički, energija emitiranog, odnosno apsorbiranoga kvanta iznosi:  $h v_{rs} = E_r - E_s$ .

<sup>7</sup> Bezak, K.: Prigušene oscilacije fenomena rasta i prirasta praćene Levakovićevim analitičkim izrazima. Zbornik o Antunu Levakoviću, Vinkovci, 1992. Formulom odnosno funkcijom rasta za debljinski rast i prirast hrasta lužnjaka (*Quercus robur L.*) predstavlja izraz zakonitosti kontinuiteta oscilatornih gibanja i unutarnjih bioloških i fizioloških sila rasta i samoregulacije rasta predstavljenih zakonitostima diskontinuiteta kvantne fizike. Debljinski prirast hrasta lužnjaka iskazan je kao druga derivacija rasta. Ako je debljinski prirast izražen fizičkim izrazom kao prevalejni put u jedinici vremena ( $\Delta y / \Delta x = y'$ ), zbrajajući (integriranjem) godišnje priraste dobije se rast promatranoj obilježja. Za tečajni godišnji prirast po debljinskim stupnjevima 10 cm daje se funkcija:

$d'_{100} = a + bd$ , odnosno  $d' = d'' + bd$ , "a" i "b" su parametri linearne funkcije (pravca), d je debljinski rast (promjer stabla u prsnoj visini), d' je debljinski prirast, a d'' je druga derivacija rasta. Drugom derivacijom funkcije rasta ( $y'$ ) dobije se oblik funkcije koja u izjednačenom obliku glasi:

$d'' = A e^{bt} \sin(\omega \alpha t - p)$

A je pozitivna konstanta, zbroj pozitivnih vrijednosti koeficijenta "a" iz linearne funkcije pravca prirasta, "e" je Eulerov broj (prirodni logaritam,  $\ln e = 1$ ), "k" je koeficijent otpora rasta, "o" je frekvencija (kružna) gibanja, odnosno koeficijent elastičnosti sutava "p" je faza pomaka krivulje oscilatornih gibanja koja uzrokuje prigušenja, a dobivena je metodom iteracije (0, 05),  $\alpha$  je konstanta fine strukture, a jednak je kvocijentu kvadratu električnog naboja ( $\epsilon^2$ ) i umnoška Planckove konstante "h" s brzinom svjetlosti "c" i "t" je vrijeme (godina) rasta i prirasta ( $\alpha = 1/137$ ).

Koeficijente "a" i "b" iz funkcije pravca dobije se stvarnim mjerenjem tečajnog prirasta u različitim dobnim stanjima sastojine, različitog debljinskog stupnja. Dobiju se statističkom metodom po metodu najmanjih kvadrata odstupanja obilježja od izjednačenog pravca. Naneseni na koordinatni sustav čine pramen pravaca, koji na određenim vrijednostima sijeku os y, a to je vrijednost koeficijenta "a", različitog nagiba, koeficijent regresije "b". Pokazana je zakonitost da regresijski koeficijent "b" sa starošću opada po eksponencijalnoj funkciji (logaritamska funkcija), a koeficijent "a" slijedi liniju sinusoidnih prigušenih oscilacija s povećanjem starosti.

Ovo dopunsko tumačenje Bezakovih uvrštanja zakona kvantne fizike u datu funkciju poslužit će nam za fiziološko tumačenje rasta i prirasta pod utjecajem svjetlosti, odnosno elektromagnetskog zračenja nužne frekvencije za pobuđeno stanje atoma. Stoga spominjemo temeljne zakone fotoučinka, koji su u uskoj vezi s asimilacijom biljke pod utjecajem svjetlosti, topline, klorofila i mineralne otopine u stanicu.

Zakon dovodi u vezu broj fotoelektrona u metalu, jakost svjetlosti i frekvenciju svjetlosti. Broj fotoelektrona razmjeran je intenzitetu svjetlosti (broj fotona ili elektromagnetskog zračenja), a kinetička energija elektrona razmjerna je frekvenciji svjetlosti. Za svaku tvar postoji granična frekvencija  $v_0$ , ispod koje svjetlost ne može izbacivati elektrone.

Victor de Broglie razmatra te relacije na razini atoma i elektrona u kružnoj stazi atoma pa dolazi do zakonitosti da se elektroni mogu gibati samo stazama određenog polumjera. U atomu su moguće samo staze čija je duljina jednakca cijelobrojnom višekratniku valne duljine  $\lambda = h' / m_e$  u pridružene gibanju elektrona mase  $m_e$  i brzine v oko atomske jezgre. Moguća je, dakle, ona staza kod koje je:  $n \lambda = 2r\pi$  gdje je n broj staza a r polumer staze.

Relaciju  $\lambda = h' / m_e$  u Bezak upotrebljava za izračunavanje koeficijenta  $\alpha$  kao konstante fine strukture, za koju kaže da je tajanstvena brojka "7",  $\alpha = e^2 / h' \times c = 0,0072972$ ,  $e^2$  je kvadrat elementarnog nabroja u prirodnim jedinicama.

Za naše dalje razmatranje teorije rasta i prirasta vezano za fiziološke procese dat ćemo relaciju koja povezuje energiju fotona  $E = h v$  i  $v = c / \lambda$ . Fotoni vidljive (zelene) svjetlosti imaju valnu duljinu  $\lambda$  oko  $0,5 \mu m$  ( $5 * 10^{-7} m$ ) i frekvenciju  $v = c / \lambda = (3 * 10^8 m / s) / (5 * 10^{-7} m) = 6 * 10^{14} Hz$ . Ako je Planckova konstanta približno  $h = 6,62 * 10^{-34} J s$ , onda je energija fotona zelene svjetlosti  $E = (6,62 * 10^{-34} J s) * (6 * 10^{14} s^{-1}) = 4 * 10^{-19} J$ . Ako se ta energija izradi u elektronvoltima pri čemu je  $1 eV = 1,6 * 10^{-19} J$ , onda je  $E = (4 * 10^{-19} J) / (1,6 * 10^{-19} J) = 2,5 eV$ .

U svojoj teoriji rasta i prirasta Bezak, slijedeći Levakovića, istražuje sile rasta i otpora rasta pa u funkciju uvodi koeficijent elastičnosti sustava koji se giba " $\omega$ " kao silu rasta koju poistovjećuje s tajanstvenim brojem "7", a u funkciji za karakteristična stabla u sastojini je istovjetan (0,07). Sila otpora rasta, koeficijent "k" je promjenljiva veličina. U funkciji to je promjenjivi eksponent Eulerovog broja (e), a za karakteristična stabla u sastojini kreće se od 0,0170 za dominantno stablo (skoro neometanog rasta), do 0,1050 za potisnuto, prigušeno stablo (jako ometanog rasta).

Namjera Kovačića da numerički bonitira sastojine mjerom intenziteta rasta i prirasta (točke infleksije i

kulminacije rasta i prirasta) modificirana je kod Bezaka u klasifikaciji relacija sila rasta i otpora rasta kod karakterističnih stabala (predominantna - I, dominantna - II, kodominantna - III, prigušena - IV i umiruća - V). Za stabla klasificirana kao I utvrđuje da su oscilatorna gibanja prirasta skoro harmonična, jer je sila rasta mnogo veća od sile otpora ( $\omega > k$ ), stabla klasificirana kao II, III, IV imaju prirast koji se prigušuje oscilacijama do određenog ravnotežnog stanja, a za stabla klasificirana kao V nestaju oscilatorna gibanja (stabla umiru), gibanje postoje neperiodičko, sila rasta jednaka je ili manja od sile otpora rasta ( $\omega = k$ ).

Iako je Bezak koeficijent ( $\omega$ ) nazvao elastičnost sustava koji se giba, bolje bi mu odgovarao naziv "koeficijent pulsacije", jer se u matematičkom smislu izražava kao kružna frekvencija ( $\omega = 2 \pi / T$ ) ili pulsacija. Izraz  $1/T$  je frekvencija valnog gibanja v tada je ( $\omega = 2 \pi v$ ). Kod harmoničkog gibanja (predominantna stabla), amplitude su jednakne, kod prigušenih oscilacija su sve manje, a kod neperiodičnih gibanja nema oscilacija.

Zanimljivo je da Bezak utvrđuje za potištenu stabla zakonitost prirasta po tzv. Guttenberovim krivuljama rasta (S - krivulja) i Pepeschelovim uvjetima za krivulju prirasta s dvije točke infleksije i jednom kulminacijom. Funkcija takve zakonitosti prirasta koja povezuje intenzitet (postotak prirasta) i starost stabla glasi:  $Y = A e^{-kt}$ . Uvrštenjem u formulu za amplitudu  $A = 1$ ,  $k = 0,01$  i  $t = 100$  dobije se vrijednost  $Y = 1/2,781 = 0,3678\dots$ . Ova funkcija kao izraz rasta i pada nekog obilježja često se koristi u biotehničkim, ekonomskim i društvenim znanostima. To je zapravo funkcija neprekidnog ukamačivanja. Nova vrijednost glavnice dobije se iz izraza:  $G_t = G_0 e^{-kt}$ . Za regresiju funkcije uzima se njena recipročna vrijednost, kako je to gore iskazano za opadanje debljinskog prirasta po godinama starosti.

Odnos sile rasta i otpora rasta posebno ćemo analizirati u svjetlu koeficijenta unutarnjeg rasta (r) kao sintetskog indikatora koji povezuje parametre iz Levakovićeve funkcije rasta (a, b, c, d) i Bezakove koeficijente elastičnosti i otpora sustava ( $\omega$ , k).

Sada se sam povezuje spozaja da u funkciji oblika:  $Y = r y (1 - y)$ , (r) objedinjuje neke relacije parametara Levakovićevih parametara (a, b, c, d) i koeficijent elastičnosti ( $\omega$ ) dok je (k) odnos početnog stanja obilježja ( $n_0$ ) i kapaciteta okoliša (k),  $y = n_0 / k$ .

Simulirajući vrijednosti koeficijenta unutarnjeg rasta (r) od 1 do 4 moguće je dobiti teoretske nizove i grafičke krivulje boniteta Levaković - Kovačićevih i Bezakovih funkcija (slika 8).

# FIZIOLOŠKE OSNOVE RASTA DRVETA, SVJETLOST KAO SPECIFIČAN REGULATOR, KVANTNE PORCIJE ENERGIJE I PROZORI ZA IZMJENU TVARI I ENERGIJE

## Physiological principles of growth of trees, sunshine as specific regulator, quantum of energy and the windows for giving and taking matter and energy

Fiziologija rasta i prirasta šumskog drveća specifična je unutar biljnog svijeta, jer je drvo višegodišnja biljka čiji se prirast u obliku drvne tvari (celuloza, lignin...) kumulira stotinu i više godina. Analizom presječka stabla moguće je rekonstruirati specifičnosti klimatskih i edafskih utecaja u prošlosti. Širina goda je odraz tečajnog prirasta u debljinu, u određenoj starosti drveta. Utjecajem vanjskih čimbenika na rast i prirast drveća bavi se dendrokronologija.

Fiziološki procesi u biljci kao izmjena tvari i energije ovise o bitnim čimbenicima, temperaturi (toplina), vodi, mineralima, zračnoj smjesi i svjetlosti. U našoj raspravi o zakonitostima rasta i prirasta šumskog drveća posebno ćemo analizirati utjecaj svjetlosti na procese, uz pretpostavku da su ostali uvjeti za životne procese optimalni ili barem dovoljni.

Stablo kao jedinka u šumskoj populaciji ima vlastiti život, zatvoren sustav, koji kroz određene "prozore" komunicira s okolinom. Broj i veličina tih "prozora" je ograničena.

Energetski procesi u biljci počinju promjenom energetskog stanja dovedenog izvana, izvan zatvorenog sustava biljke. Koji je minimalni stupanj energije u najopćenitijem obliku, toplini potreban za pokretanje fizioloških procesa ovisi o vrsti biljke. Energetski proces potaknut dotjecajem topline iz okoline u zatvorenom sustavu organizma naziva se entalpija. Entalpija daje određeni radni učinak koji opet dovodi organizam u stanje ravnoteže. Kao rezultat radnog učinka slijedi niz promijenjenih stanja u živom organizmu i otpadni produkt koji se daje okolini.

Istodobno se u organizmu odvija proces entropije, koji je irreverzibilan i prema zakonu termodinamike očituje se u procesu prelaska energije s više na nižu razinu, sve do absolutne nule ili prestanka gibanja molekula, stanja smrti. Upravo irreverzibilni proces entropije u živom organizmu zaustavlja se dovođenjem tvari i energije iz okoline, odnosno povećanjem entalpije. U zatvorenim izotermnim uvjetima organizma dovedena energija ili entalpija ima oblik "slobodne entalpije". Odnos između promjena entropije i entalpije te promjena slobodne entalpije može se iskazati jednadžbom:

$$\Delta G = \Delta H - T \Delta S$$

$\Delta G$  je promjena slobodne entalpije,  $\Delta H$  je toplina koja se izmjenjuje između živog sustava i okoline,  $T$  je absolutna temperatura ( $-273^{\circ}\text{C}$ ) i  $\Delta S$  je promjena entropije sustava.

Ovi odnosi osobito su važni za naše razmatranje vertikalne strukture sastojine (etaže), u kojoj žive ili umiru jedinke, zbog više ili manje svjetlosti, kao važnog regulatora energetskih procesa u biljci. Upravo zbog mogućnosti apsorbiranja "užitnog svjetla" drvo uz sve ostale biološke i ekološke uvjete više ili manje raste ili prirašćuje.

Samo u sustavima gdje je slobodna entalpija pozitivna, odvijaju se fizikalno - kemijski procesi, životni procesi. Postignuta termodinamička ravnoteža u živoj stanici organizma iskazuje se termodinamičkom konstantom ravnoteže:  $K_{eq} = [B] / [A]$ , gdje [B] označuje koncentraciju konačnog produkta u stanici, a [A] koncentraciju ishodišne tvari u stanici. Razlike u potencijama energetskih stanja (koncentracija) koristi biljka za kemijske i fizikalne (osmoza) procese.

Dovođenjem energije izvana entalpija se mijenja kao i koncentracija tvari u stanici, te proces počinje ponovno, odnosno nastavlja se. Upravo zbog stalne izmjene tvari i energije s okolinom živa stanica je u dinamičkoj ravnoteži, pa se cijeli sustav naziva otvorenim sustavom. Život je karakteristika smanjenja sila entropije, stanje u kojem se uz najmanji utrošak energije može održati u najvećem mogućem redu.

Prevodeći slobodnu entapiju u pojam Levakovićeve silu rasta ( $S_1$ ), Bezakovog koeficijenta elastičnosti ( $\omega$ ) i koeficijenta unutarnjeg rasta ( $r$ ), te entropiju kao protivni silu u silu otpora rasta ( $S_2$ ), koeficijenta otpora rasta ( $k$ ) i koeficijent unutarnjeg rasta ( $r$ ), došli smo do zaključka da se područje odnosa između sila entalpije i sila entropije može kretati između (1:1), ipod kojeg slijedi proces entropije (umiranje), i odnosa (4:1), kao područje kaotičnih zbivanja (vidi slike).

U Bezakovojoj funkciji rasta, gdje je za koeficijent elastičnosti sustava ( $\omega$ ), uzet "tajanstveni broj 7", doiven intuicijom, postoji odstupanje od naših zaključaka. Tako npr. za predominantno stablo u sastojini taj odnos sila iznosi: (4,118:1), a za potištenu, odumiruće stablo (0,667:1). Prema našem mišljenju nije dobro intuicijom pogoden koeficijent elastičnosti ( $\omega$ ).

Analizom Levakovićevih parametara (a, b, c, d) i njegovom slutnjom da bi se odnosom a / b mogao iskazivati bonitet stojbine, došli smo do zaključka da se primjenjujući izjednačene parametre za rast visina po metodi Kovačića za I - IV bonitet hrasta lužnjaka (Wimenauer) i izjednačene parametre po metodi Segedija a za bukvu I bonitet (Špiranec), područje sile rasta i otpora sili rastu ( $S_1 / S_2$ ) kreće između 4 i 1. Ostala obilježja (promjer i volumen) ne slijede ovu logiku.

Potrebnu energiju za fotosintezu biljka dobiva od sunca. Apstrahirajući energiju topline dobivene od sunca, pobliže ćemo razmotriti svjetlosnu sunčevu energiju. Svaki svjetlosni kvant ili foton nosi energiju  $E = h c / \lambda$ . Intenzitet svjetlosti ovisi o količini dovedenih fotona, a količina energije pojedinog kvanta, a time i radna sposobnost(entalpija) obrnuto je proporcionalna dužini vala  $\lambda$ , a upravno proporcionalna frekvenciji vala  $v$

Elektromagnetsko zračenje visokih frekvencija i malih valnih dužina ( $y$  - zrake,  $x$  - zrake), djeluju na tvari ionizirajuće, zračenje vidljivog dijela spektra uzrokuje elektronsko pobuđivanje u molekulama staničnih tvari. Dolazi do premještanja elektrona u više energetsko stanje, kako smo to prije objasnili, pa pobuđena molekula ulazi u reakcije s molekulama drugih tvari. Biljke s klorofilom apsorbiraju svjetlost selektivno, na valnim dužinama od 400 - 700 nm (nano metara). To su valne dužine, odnosno kvanti svjetlosti koji održavaju proces fotosinteze i dovoljno bogati da potaknu proces kemičkih reakcija i fizikalnih, mehaničkih gibanja. Prijelazi su mogući samo između određenih energetskih stanja, koje atom može primati doticajem vanjskih elektrona. Upravo te porcije energetskih stanja su prozori ili vrata kojima se uspostavlja odnos s vanjskim svijetom.

Kod klorofila energetska razlika između osnovnog stanja i prvog pobuđenog stanja iznosi 1-2 elektron volta.

Fotoni vidljive (zelene) svjetlosti imaju valnu duljinu  $\lambda$  oko  $0,5 \mu m$  ( $5 * 10^{-7} m$ ) i frekvenciju  $v = c / \lambda = (3 * 10^8 m/s) / (5 * 10^{-7} m) = 6 * 10^{14} Hz$ . Ako je Planckova konstanta približno  $h = 6,62 * 10^{-34} J s$ , te ako se ta energija izrazi u elektronvoltima pri čemu je  $1 eV = 1,6 * 10^{-19} J$ , onda je  $E = (4 * 10^{-19} J) / (1,6 * 10^{-19} J) = 2,5 eV$ .

Za unutarnji život stanice kao zatvorenog, autonomnog sustava, potrebna je razlika dvaju vibracijskih stanja oko  $0,1 eV$ , a između dva rotacijska podstanja oko  $0,01 eV$ .

Za proces fotosinteze pomoću klorofila, pored svjetlosti kao pobuđivača procesa, nužan je ugljični dioksid i vodena otopina s mineralnim solima uz minimalne uvjete topline i tlaka zraka.

Promatranjem sastojine kao populacije jedne ili više vrsta drveća nužno je pored navedenih okolišnih uvjeta za zakonitost rasta i prirasta, razlučiti jedinke vrste s osobenim genotipom od skupa nasljednih čimbenika koji nosi populacija. Te genetičke razlike jedinke, članova iste populacije, izražavaju se fenotipom unutar iste populacije. Genetska varijabilnost je svojstvena svakoj populaciji. U genomu svakog individua sastojinske populacije kodirano je da će s većom ili manjom vjerojatnošću zauzeti mjesto u određenoj sastojini, da li će biti dominantno ili potištено stablo, jer nosi veću ili manju frekvenciju gena dominantnog rasta ili recessivnog gena slabijeg rasta. U populacijskoj genetici utvr-

đena je zakonitost fluktuacije gena između individua s dominantnim ili recessivnim svojstvom. U populaciji gdje je frekvencija dominantnih gena  $A(p)$  i recessivnih gena  $a(q)$ , zakonitost nasljeđivanja će biti, uz uvjet da je  $p + q = 1$  po jednadžbi:

$$p^2 AA + 2 pq Aa + q^2 aa = 1$$

Slijedeći logiku gornje jednakosti, svaka sljedeća generacija dat će  $1/4$  jedinki s dominantnim genima  $AA$ ,  $1/2$  jedinki mješovitih svojstava gena  $Aa$  i  $1/4$  jedinki s recessivnim svojstvima gena  $aa$ . U prirodi gotovo nikada nije slučaj da se odnos genetskih svojstava javlja u tako pravilnim frekvencijama, odnosno frekvencijama genetičke ravnoteže.

Zanimljivo je da se u procesu uspostavljanja genetičke ravnoteže vodi borba dviju suprotnih tendencija, tendencije da populacija ostane nepromijenjena (zatvoren sustav sa samoregulacijom) i tendencija promjena kao evolucija vrste i populacije uvjetovana višim, eksternim zakonitostima iznad individue i vrste. Kad se ravnoteža poremeti, uspostavlja se opet na novoj razini (vidi slika 8). U konačnosti problem genetičke ravnoteže svodi se na regulacijske procese, samoregulaciju, povratne sprege i zakonitosti kibernetike. Promjena populacije moguća je samo poremećajem genetičke ravnoteže prirodnim ili umjetno izazvanim mutacijama, prirodnom ili umjetnom selekcijom te "slučajnim" vanjskim i unutarnjim čimbenicima.

Birajući plus stabla za reprodukciju, veća je vjerojatnost da će se pozitivna genetska dobit prenijeti na potomstvo, no i u toj populaciji bit će individua s fenotipom koji odražava neželjeno svojstvo. Spoznaju o poželjnosti nasljeđivanja dominantnih gena u budućoj generaciji koristimo u oplodnim sjećama, ostavljajući da se prirodno oplođuju i rađaju sjemenom stabla najboljeg fenotipa.

Upravo iz te mogućnost mogli bismo izračunati nakon koliko generacija bi mogli računati da će pretegnuti povoljno nad nepovoljnim svojstvom. Ako se selekcijom (mutacijom) želi prevesti recessivno svojstvo gena "a" u dominantno "A" i to stalnom brzinom "v", i ako frekvenciju gena "a" označimo s  $P_0$ , a njegovu frekvenciju poslije n generacija s  $P_n$ , tada vrijedi formula:

$P_n = P_0 = (1 - v)^n$ . Ako se pretpostavi da se genetska dobit ostvarena selekcijom ili mutacijom odvija tako da od 1 000 gena "a" jedan ( $v = 0,001$ ) prelazi u gen "A", a početna ravnoteža je  $pA = 50\%$ ,  $qa = 50\%$ , onda je  $P_{100} = 0,5 (1 - 0,001)^{100} = 0,55$ . To znači da će tek nakon 100 generacija genetska dobit biti svega 5 %. Istodobno se odigravaju i inverzni procesi da se dio gena pozitivnog dominantnog svojstva prevodi u gene negativnog svojstva.

Utvrđivanje zakonitosti rasta i prirasta na jedinkama jedne populacije biranjem srednjeg sastojinskog stabla

predstavnikom vrste i populacije može dovesti u zabludu opću, fundamentalnu zakonitost koja je protegnuta u vremenu. Doduše Kovačić (1993) je pokušao teoretski prolongirati zakonitost rasta i prirasta Levakovićeve funkcije u tisućljeća, ali na temelju analize stabala starosti do 150 godina i jedne generacije. U kojem stadiju uspostavljanja genetičke ravnoteže su promatrana obilježja stabala i sastojina zahvaćena nije poznato, pa je opća utvrđena zakonitost rasta i prirasta manje sigurna. Bezak fundamentalnu zakonitost rasta i prirasta, iz-

raženu kao funkciju prigušenih oscilacija, promatra u segmentu vremena (oscilacije na kraju bivaju prigušene), iako uvođenjem zakona kvantne fizike, dualnosti čestica materije i načela neodređenosti, zakona sila i djelovanja u prostoru želi obuhvatiti zakon u fundamentalnom obliku.

O filozofiji prirode, zakonitostima života, zatvorenim i otvorenim sustavima, silama koje reguliraju procese i spoznaji općenito ima aktualnih teorija \*.

## DISKUSIJA, PRILOG RASPRAVI O RASTU, PRIRASTU I RAZVOJU, ZAKLJUČNA RAZMATRANJA Discussion, research results, conclusion

Razmatranjem zakonitosti rasta, prirasta i održivog razvoja došlo se do spoznaje da je funkcija rasta i prirasta u živim sustavima slična. Zakonitost rasta u živim sustavima u relaciji s vremenom ima graničnu točku

kojoj jedinka ili populacija teži. Na toj točki uspostavlja se ravnotežno stanje, a promatrano obilježje oscilira oko granične točke. I u neživim sustavima fizikalnih i kemijskih procesa postoji zavisnost rasta ili negativnog

\* Francois Jacob, *La logique du vivant*, Paris, 1970, prijevod: Logika živog, Nolit, Beograd 1978.

Proučavanjem živih struktura i organizacija u vremenu te genetskih procesa na razini molekularnih odnosa, među ostalim kaže: "Postoji samo neprekidno izvršavanje programa, usko povezanog sa svojom realizacijom. Jer su produkti poruke jedini elementi koji interpretiraju genetičku poruku. Genetički tekst je razumljiv samo za strukture koje je sam determinirao. Tu nema više uzroka razmnožavanju; samo eiklus dogadaja u kome neki konstituent igra neku ulogu jedino u zavisnosti od drugih. Ako je moglo da dode do razmnožavanja organizacije i do pojave živih bića, to je zbog toga što je jednostavnost linearne kombinatorike dala složenost grade u prostoru. Ali i zbog toga što se između dva sistema simbola mogla da se uspostavi veza s jednim značenjem: jednog koji služi za čuvanje informacije kroz generacije; drugog za razvijanje strukture pri svakoj generaciji. Prvi ostvaruje vertikalnu vezu od roditelja k potomstvu; drugi određuje horizontalnu vezu između sastavnih dijelova organizma".

O vezi između sustava unutarnjeg svijeta individua i vrste s vanjskom svjetom raspravljaju Maturana i Varela (1980) te Prigogine (1984, 1989). Njihovu interpretaciju života, relacija i procesa, filozofiju prirode i spoznaje daju:

Fritjof Capra, *Mreža života* (novo znanstveno razumijevanje živih sustava), Liberata, 1998. Autor kroz novu paradigmu dubinske ekologije i etike te fizike koja se sve više zanima za život, daje pregled klasičnog pristupa svijetu i životu do modernih teorija sustava u kojima se proučavanje s objekata prenosi na proučavanje odnosa među objektima. Tek uvođenjem novih metoda u proučavanju zakona termodinamike Prigogine (1970) daje teoriju samoregulacije u staničnim strukturama, formulirajući ih kao "disipativne" strukture. Primjenom kibernetike i tzv. feedback lukovima otkriva se područje neuronskih mreža i samoregulacije u njima. Otkrića se brzo koriste u tehniči, elektronici i informatici.

Za nas je od važnosti analiza Prigogine tzv. "Bernardovih stanica", slika pravilnog obrasca šesterokuta stanice (saća) koji se pojavljuje zadržavanjem vode u plitkoj posudi. Obrazac nastaje kod "kritične" točke dovođenja topline i prelaska sustava molekula iz ravnotežnog u nestabilno (kaotično) stanje. Zanimljivo je da se ovakav obrazac šesterokuta kasnije otkrio i kao "kostur" stanice. Za šumare je posebno izuzetno što se replika šesterokuta prenosi na zakonitost formiranja morfološke strukture habitusa stabla. Ta nestabilnost u sustavu je ustvari pojava obrasca samoorganizacije koja je značajka živog svijeta.

Koja je točna veza između samoorganizacije i života promišlja Maturana pod pojmom "autopoiesis", što bi značilo stvaranje samog sebe. Proučavajući živčani sustav živih bića zaključuje: "živi sustavi... su organizirani kao zatvoreni uzročni kružni procesi koji omogućuju samo one evolucijske promjene koje će sačuvati kružnu organizaciju". Zaključio je da je mrežni obrazac u kojem svaka komponenta transformira ostale komponente, istodobno zadržavajući kružno uređenje mreže, osnova "organizacije življenja". Drugi zaključak izvodi iz prvog, tvrdi da živčani sustav nije samo samoorganizirajući nego i samoreferirajući, te ne možemo percepciju smatrati reprezentacijom izvanjske realnosti, nego je moramo shvatiti i kao stalno stvaranje novih odnosa unutar živčane mreže.

Svojim postulatima Maturana definira samu mogućnost spoznaje i filozofiju prirode. Njegovu izvedenicu: "živi sustavi su sustavi spoznavaanja, a život kao proces je proces spoznavanja. Ova tvrdnja vrijedi za sve organizme, sa i bez nervnog sustava".

O filozofiji spoznaje ili epistemologije po Maturani kaže Lelas (1990) u spomenutoj knjizi sljedeće: "Izgleda, dakle, da smo dosada teturali između dva ekstrema, ekstremne otvorenosti u kojoj okolina slobodno ulazi u sistem da bi se u njemu reflektirala, i ekstremne zatvorenosti u samozadovoljno samorazvijanje. Oba su posljedica doživljavanja organizma kao da su bačeni u svijet slučajnošću božje volje, zatečeni tako u stranom okolišu koji neprekidno prijeti njihovu opstanku. Epistemološki ovakav stav vodi uspostavljanju klasične subjekt - objekt relacije s neizostavnom polarizacijom na subjektivizam i objektivizam".

Upravo odnos subjekt - objekt, bića i bitka, stvar po sebi i stvari za sebe su promišljanja u cijelokupnoj povijesti filozofije, pa i teologije, te tvrdnja Maturane i njegove teorije autopoiesisa ne može biti kraj filozofiranja i teorije spoznaje. Maturana zatvara živo biće i nervni sustav u samoregulirajući krug u kojem ne dopušta da sustav ima prozore.

Filozof ovaj zatvoreni krug vidi u tzv. interakcijskoj epistemiologiji koja dopušta prozore ili niše u sustavu, i time selektivnu interakciju između sustava i okoline. Takve prozore smo spominjali u dijelu razmatranja sustava čiji je koeficijent unutarnjeg rasta ( $r$ ) blizu 4.

Filozof Lelas komentira: "Središnje je mjesto selektivna interakcija. Interakcija je najvažniji dio samoproizvođenja, ona je homeostatski parametar koji se mora održavati konstantim, i oboje - interna struktura organizma i niša - podređeni su tome. Organizam se pojavljuje kao jedinica interakcije, a niša kao domena interakcije. Organska evolucija tada postaje evolucija načina interakcije između autopoietičkih sustava i njihovih okolina".

rasta nekog obilježja od drugog uvjeta (temperature, tlaka, koncentracije, katalizatora, elektromagnetizma i slično, ali opet do određenog stupnja, nakon kojeg se uspostavlja ravnotežno stanje. U društvenim sustavima s obilježjima gospodarenja živom i neživotom prirodnom odvijaju se slični procesi rasta i pada nekog obilježja, pojave u odnosu na drugu.

Svi otvoreni živi sustavi su u interakciji s okolinom i žive sve dotle dok je sila rasta veća od sile otpora rastu. Proces traje do uspostavljanja ravnotežnog stanja, a potom samoregulacijom pomoću slobodne energije dobivene iz okloliša (entalpija) i feedback lukom nadvladava negativnu силу (entropiju). Oscilacije prirasta određenog obilježja su pod utjecajem vanjskih sila te tijekom godina oscilira.

Čovječanstvo, kao populacija ljudske vrste, svjesno i nesvesno narušava samoregulaciju prirodnih sustava i nije daleko od spoznaje dosadašnjih trendova rasta i pada životnih uvjeta da u potpunosti ugrozi svoje postojanje na zemlji. Održivi razvoj ekonomije i okolišnih kapaciteta definiran je također graničnom točkom preko koje ne bi trebalo bez poslijedica prelaziti.

Pokušaj utvrđivanja kvantitativnih veličina vezanih za bonitet rasta i razvoja dat ćeemo u komparaciji sa do sada kvantificiranim pojavama u zakonitostma rasta i prirasta šumskih vrsta drveća i sastojina te nove paradigmе šumarske ekonomike.

Na temelju Levakovićeve funkcije rasta Kovačić je matematičkom metodom iteracije izračunao parametre za rast drveća u visinu i debljinu i na prethodnu sugestiju Levakovića pokušao numerički bonitirati šumske sastojine, no bonitet nije mogao utvrditi na temelju odnosa parametara, nego na usporedbi vrijednosti točaka infleksije tečajnog i kulminacije poprečnog prirasta. Svoje rezultate komparirao je s rezultatima drugih istraživača (Klepac, Pranjić) i našao potvrdu o mogućnosti numeričkog bonitiranja sastojina, no zbog nedovoljno reprezentativnih uzoraka istraživanog rasta i prirasta ostala je sumnja u relevantno numeričko bonitiranje sastojina.

Bezak se u dатој функцији rasta i prirasta osculatornih gibanja priklanja Levakovićevoj hipotezi fiziološko-dinamičkoj osnovi funkcije rasta. Uvodeći u formulu koeficijent elastičnosti sustava ( $\omega$ ) i silu otpora ( $k$ ), numerički analizira bonitet prirasta stabala u predominantnoj, dominantnoj, nuzgrednoj i podstojnoj etaži. No, njegov koeficijent elastičnosti, dobiven intuicijom kao "tajanstveni broj 7" usporen s koeficijentom otpora, daje približnu mogućnost bonitiranja sastojinske etažne strukture.

Istražujući koeficijent unutarnjeg rasta ( $r$ ), kao produkta sila rasta i otpora rastu, čije smo matematičko značenje ranije objasnili, vezujući ga uz modifcirai

oblik eksponencijalne funkcije rasta u linearni oblik jednadžbe s iterativnom metodom, došli smo do vlastitih hipoteza:

1. Numerička veličina koeficijenta unutarnjeg rasta ( $r$ ) za žive otvorene sustave je:  $1 < r < 4$ .
2. Za stabilni rast i razvoj promatrano obilježja numerička veličina koeficijenta unutarnjeg rasta je:  $1 < r < 2,781\dots$
3. Za veličinu koeficijenta unutarnjeg rasta,  $2,781\dots < r < 4$ , promatrano obilježje oscilira između dvije ili više simetričnih veličina u odnosu na stabilnu točku.
4. Bonitet promatrano obilježja je veći što je koeficijent unutarnjeg rasta bliži  $2,781\dots$ ,  $1 \leftarrow r \leftarrow 2,781\dots$
5. Ako je koeficijent unutarnjeg rasta za stabilne sustave bliži vrijednosti  $2,781\dots$  kao nezavisne varijable, to će zavisna varijabla (bonitet promatrano obilježja biti veće vrijednosti).
6. Utvrđenom veličinom koeficijenta unutarnjeg rasta ( $r$ ) može se bonitirati svako promatrano obilježje rasta.

Nabrojane hipoteze testirali smo sa spomenutim funkcijama rasta šumskog drveća i sastojina te s fukcionalmom ovisnošću životnog standarda o potrošnji prirodnih resursa.

Prevodeći slobodnu entalpiju u pojam Levakovićevu silu rasta ( $S_1$ ), Bezakovog koeficijenta elastičnosti ( $\omega$ ) i koeficijenta unutarnjeg rasta ( $r$ ), te entropiju, kao protivnu silu, u silu otpora rasta ( $S_2$ ), koeficijenta otpora rasta ( $k$ ) i koeficijent unutarnjeg rasta ( $r$ ), došli smo do zaključka da se područje odnosa između sila entalpije i sila entropije može kretati između (1:1), ispod kojeg slijedi proces entropije (umiranje), i odnosa (4:1), kao područje kaotičnih zbivanja (vidi slike).

U Bezakovoj funkciji rasta, gdje je za koeficijent elastičnosti sustava ( $\omega$ ), uzet "tajanstveni broj 7" doiven intuicijom, postoji odstupanje od naših zaključaka. Tako npr za predominantno stablo u sastojini taj odnos sila iznosi: (4,118:1), a za potišteno, odumiruće stablo (0,667:1). Prema našem mišljenju nije dobro intuicijom pogoden koeficijent elastičnosti ( $\omega$ ). Za srednje plošno (kodominantno stablo izračunat je odnos 1,44:1, dakle koeficijent unutarnjeg rasta  $r = 1,44$ . Za isto stablo dobjije se koeficijent unutarnjeg rasta  $r = 2,3612$ , ako se podijeli zbroj parametra "a" sa zbrojem parametra "b",  $\Sigma a / \Sigma b = 2,3612$ .

Analizom Levakovićevih parametara (a, b, c, d) i njegovom slutnjom da bi se odnosom a/b mogao iskazati bonitet stojbine, došli smo do zaključka da se, primjenjujući izjednačene parametre za rast visina po metodi Kovačića za I - IV bonitet hrasta lužnjaka (Wiemnauer) i izjednačene parametre po metodi Segedija, a za bukvu I bonitet (Špiranec), područje sile rasta i otpora

sili rastu ( $S_1 / S_2$ ) kreće između 4 i 1. Ostala obilježja (promjer i volumen) ne slijede ovu logiku. Odstupanje tumačimo činjenicom što se za predstavnika boniteta uzima teoretsko srednje plošno stablo, koje nije dobar predstavnik svih sastojina istog boniteta. Analizom parametara važno je primijetiti da parametar "a" predstavlja granicu rasta promatranog obilježja, a parametar "b" je regresijski koeficijent koji pada sa starošću stabla ili sastojine. Parametri "c" i "d" su neimenovani brojevi i korigiraju odnos a / b. Mi smo utvrdili da se numerička veličina boniteta ispitivanog obilježja određuje približno formulom  $r = [(a / b) \times c] + d$ .

Povezujući spoznaje za rast i prirast s koeficijentom unutarnjeg rasta, kao rezultantom sila rasta i sila otpora, s bonitetom promatranog obilježja, priložili smo sliku 8., koja za različite koeficijente unutarnjeg rasta pokazuje numeričku vrijednost boniteta promatranog obilježja. Iz slike 8. može se očitati da je za  $r = 2,5$  bonitet ( $y$ ) = 60 ili  $(60/100 = 0,6)$ , a za  $r = 2,781\dots$  bonitet ( $y$ ) = 64,0417.

Za  $r = 1$ , slučaj kada je sila rasta jednaka sili otpora rasta, promatrano obilježje će s vremenom padati do neke minimalne razine (slika 3). Kao minimum boniteta promatranog obilježja uzet ćemo točku u kojoj se nje-

gova veličina približava recipročnom odnosu  $1/e$ , tj.  $1/2,781\dots = 0,3595$ , što odgovara koeficijentu unutarnjeg rasta  $r = 1,5165$ . Do istog rezultata dolazi se i preko Bezakove formule prigušenih oscilacija  $Y = A e^{-\frac{kt}{k}} * \sin(\omega t + D)$ , u kojoj je odnos koeficijenta elastičnosti sustava ( $w$ ) i sile otpora ( $k$ ) jednako 1,5165, ( $\omega / k = 1,5165$ ).

Za razmatranje temeljnih zakonitosti rasta i prirasta nužno je bilo obuhvatiti neka dosadnašnja saznanja šumarskih znanosti, fizikalne i kemijske zakone, zakone fizikalne kemije, biokemije, bioenergetike i fiziologije rasta te neke ekonomski zakonitosti. Kao alat koristili smo odabrane matematičke modele. Za daljnje istraživanja nužno je upotrijebiti najnovija saznanja iz molekularne biologije, fiziologe i genetike, a u interpretaciji rezultata nužno je služiti se metodama moderne matematike (teorija sustava i procesa, kibernetika logika, teorija informacija, matematika kompleksnih brojeva, teorija trajektorija i oscilacija, atraktora, fraktalna geometrija, teorija kaosa, teorija binarnih mreža...). Iduće stoljeće će tražiti točke ograničenja u rastu i razvoju zbog iscrpivosti prirodnih dobara, porasta svjetskog stanovništva i globalnih klimatskih promjena.

Adekvatno odgovoriti na izazove može se samo ako se odaberu adekvatna sredstva i metode.

## LITERATURA: – References:

- Apšen, B. 1964, 1966: Repetitorij više matematike, Tehnička knjiga, Zagreb
- Ayer, A.J. 1990: Filozofija u dvadesetom vijeku, Svetlost, Sarajevo.
- Barker, S. F. 1973: Filozofija matematike, Nolit, Beograd.
- Bezak, K. 1992: Prigušene oscilacije fenomena rasta i prirasta praćene Levakovićevi analitičkim izrazima, Zbornik o Antunu Levakoviću, Vinkovci.
- Bohm, D. 1972: Uzročnost i slučajnost u savremenoj fizici, Nolit, Beograd.
- Denffer, D. i Ziegler, H. 1991: Udžbenik botanike za visoke škole, Morfologija i fiziologija, Školska knjiga, Zagreb.
- Dubravec, K.D. i Regula, I. 1995: Fiziologija bilja, Školska knjiga Zagreb.
- Feynman, R. 1991: Osobitosti fizikalnih zakona, Školska knjiga, Zagreb.
- Figurić, M. 1996: Rasprava o konцепцији održivog razvoja i njenom utjecaju na utvrđivanje vrijednosti šumskih resursa, Šumarski list 1-2, str. 9-18.
- Francois, J. 1978: Logika živog, Nolit, Beograd.
- Capra, F. 1998: Mreža života, Novo znanstveno razumevanje živih sustava, Liberta, Zagreb.
- Cindro, N. i Colić P. 1990: Fizika, Titranje, kvanti, struktura tvari, atomska jezgra, Školska knjiga, Zagreb.
- Gleick, J. 1996: Kaos, Stvaranje nove znanosti, Izvori, Zagreb.
- Grul, H. 1985: Jedna planeta je opljačkana (Zastrašujući bilans jedne politike), Prosveta, Beograd.
- Herak, J. 1986: Struktura tvari, (Fizika I), Sveučilište u Zagrebu, Farmaceutsko-biokemijski fakultet, Zagreb.
- Herak, J. 1990: Fizika, osnove za kemijski i bioķemiski studij, Školska knjiga, Zagreb.
- Herak, M. i Kušec, Lj. i Marković, M. i Petreski, A. i Škorić, K. i Galas, D. 1980: Osnove fizikalne kemije, Školska knjiga, Zagreb.
- Juretić, D. 1997: Bioenergetika, rad membranskih proteina, Informator, Zagreb.
- Klepac, D. 1963: Rast i prirast šumskih vrsta drveća i sastojina, Nakladni zavod, Znanje, Zagreb.
- Klepac, D. i Kovacić, Đ. 1993: Još jedna mogućnost primjene jednadžbi funkcije rasta, Analiza za šumarstvo 18/2, str. 41 - 53 (1 - 13), Zagreb.
- Kovacić, Đ. 1993: Zakon rasta i numeričko bonitiranje šuma, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fa-

- kultet, Glasnik za šumske pokuse 29, str. 77 - 132, Zagreb.
- Kurepa, Đ., Smolenc, I. i Škreblin, S. 1970: Matematika, Školska knjiga, Zagreb.
- Lelas, S. 1990: Promišljanje znanosti, Hrvatsko filozofsko društvo, Zagreb.
- Legović, T. 1984: Kako se rađa kaos u ekologiji?, Priroda, studeni 1984, Zagreb.
- Levaković, A. 1938: Fiziološko-dinamički osnovi funkcija rastenja, Glasnik za šumske pokuse, Zagreb.
- Pranjić, A. i Lukić N. 1997: Izmjera šuma, Sveučilište u Zagrebu, Šumarski fakultet, Zagreb.
- Sabadi, R. 1992: Ekonomika šumarstva, Sveučilište u Zagrebu, Školska knjiga, Zagreb.
- Segedi, N. 1992: Primjenljivost Levakovićeve "funkcije rastenja" uz današnje (tehničke) mogućnosti, Zbornik o Antunu Levakoviću, Vinkovci.
- Šikić, Z. 1989: Kako je stvarana novovjekovna matematika, Školska knjiga, Zagreb.
- Šklovski, J. S. 1989: Vasiona, život, razum, Prosveta, Beograd.
- Tucović, A. 1967: Genetika sa oplemenjivanjem bijaka, Zavod za izdavanje udžbenika, Beograd.
- Vidaković, M. 1966: Genetika i oplemenjivanje šumskog drveća, Sveučilište u Zagrebu.

**SUMMARY:** The author discusses the syntagm of sustainable development on the principles of sustainable forest management and the forest as a regenerative nature resource. Former research of theoretical and applied character is also analysed.

Special attention is paid to Levaković's growth function and the fundamental law of growth and increment as an integral result of growth forces and suppressed forces with oscillations in the observed period.

After analysing the relationship between open and closed, living and inanimate systems, the author stresses the decisive impact of energy exchange between the system and the environment.

This paper is aimed at establishing the numerical index, the coefficient of internal growth  $\mathbb{C}$  as a representative of the law of growth and site-class determination.

**Key words:** growth, increment, sustainable development, coefficient of integral growth, growth forces and suppressed forces, nature resources, environment.